山 东 大 学

二〇一九年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码 829　　　　科目名称 量子力学

（答案必须写在答卷纸上，写在试题上无效）

一、计算（25 分）

已知$\sigma_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\sigma_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\sigma_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$是 Pauli 矩阵在$S_z$表象中的表示，

(1) 计算$[\sigma_j,\sigma_k]$，$(j,k=x,y,z)$；

(2) 试证明$e^{i\alpha\sigma_k}=\cos\alpha+i\sigma_k\sin\alpha$，$(k=x,y,z)$

二、计算（25 分）

电荷为q质量为μ的点粒子在一维均匀电场 $\vec{E}$中运动，位势为$V(x)=-qEx$。在$t=0$时该粒子的坐标与动量平均值分别为$\langle x\rangle=x_0$与$\langle\hat{p}_x\rangle=0$

(1) 计算t时刻的动量平均值$\langle\hat{p}_x(t)\rangle$

(2) 计算t时刻的坐标平均值$\langle x(t)\rangle$

(3) 把计算结果同经典物理的结果比较。

三、计算(25 分)

体系的三维态矢空间由正交归一基矢|1>, |2>, |3>所张成，体系的哈密顿量 H, 以及力学量 A 在该空间的矩阵为：

$$H=E_0\begin{pmatrix}1&0&0\\0&3&1\\0&1&3\end{pmatrix},\qquad A=a\begin{pmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$$

已知 t=0 时体系的态矢为： $|\psi>=\sqrt{\frac{1}{2}}|1>+\frac{1}{2}|2>+\frac{1}{2}|3>$

1) 问哈密顿量 H、力学量 A 是否守恒量，为什么？

2) 求 t 时刻该体系态矢|Ψ(t)>。

3) t 时刻测量体系的能量，可得哪些可测值？相应几率如何？计算平均能量。

4) t=0 时刻与任意 t 时刻，测量体系的力学量 A，可得哪些可测值？相应几率如何？计算 A 的平均值

四、计算(25 分)

一个质量为 m 的粒子处在一维势井 V(x) 中：

$$V(x)=\begin{cases}\dfrac{V_0}{a}x & (0<x<a)\\ \infty & (x<0,\ x>a)\end{cases}$$，V_0为常数。

（1） 根据微扰原理，推导出各能级的能量一级修正公式。

（2） 求前三个能级能量的一级修正。

五、计算题（共 25 分）

假设一个定域电子（忽略电子轨道运动）在均匀磁场中运动，磁场 $\vec{B}$沿 z 轴正向，电子磁矩在均匀磁场中的势$V=-\hat{\vec{M}}_s\cdot\vec{B}$，这里 $\hat{\vec{M}}_s=-\frac{e}{mc}\hat{\vec{S}}$为电子的自旋磁矩。自旋用泡利矩阵表示：

$$\hat{\vec{S}}=\frac{\hbar}{2}\hat{\vec{\sigma}},\quad \hat{\sigma}_x=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \hat{\sigma}_y=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \hat{\sigma}_z=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

（1）求定域电子在磁场中的哈密顿量，并列出电子满足的薛定谔方程；

（2）假设 $t=0$时，电子自旋指向 x 轴正向（$s_x=-\hbar/2$），求 $t>0$时自旋 $\hat{\vec{S}}$ 的平均值；

（3）求 $t>0$ 时，电子自旋指向 y 轴负向的几率是多少？

六、计算题（共 25 分）

质量为 m 的一个粒子在边长为 a 的立方盒子中运动，势能为

$$V(x,y,z)=\begin{cases}0, x\in(0,a); y\in(0,a); z\in(0,a)\\ \infty, others\end{cases}$$

（1）列出定态薛定谔方程，并求出系统能量本征值和归一化波函数；

（2）假设有两个电子在立方盒子中运动，不考虑电子间的相互作用，系统基态能量是多少？并写出系统基态归一化波函数；

（3）假设有两个玻色子在立方盒子中运动，不考虑玻色子间的相互作用，系统基态能量是多少？并写出系统基态归一化波函数。