

# 山东大学

## 二〇一九年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码 681

科目名称 数学(单)

(答案必须写在答题纸上, 写在试题上无效)

### 一、选择题 (本大题含 20 小题, 每小题 5 分, 共 100 分)

1. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} + \ln(2x^2 - x)$  的定义域是 ( )  
A.  $[-1, 0)$       B.  $(\frac{1}{2}, 1]$   
C.  $[-\frac{1}{2}, 0) \cup (\frac{1}{2}, 1]$       D.  $[-1, 0) \cup (\frac{1}{2}, 1]$
2. 函数  $f(x) = \frac{x-x^3}{\sin \pi x}$  的可去间断点的个数是 ( )  
A. 1      B. 2      C. 3      D. 无穷多个
3.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2x + \frac{1}{2})^{\frac{1}{x}} = ( )$   
A. 1      B. 0      C.  $e^2$       D.  $e^4$
4. 若  $f(x) = -f(-x)$ ,  $x \in (-\infty, +\infty)$ , 在  $(0, +\infty)$  内有  $f'(x) > 0, f''(x) > 0$ , 则在  $(-\infty, 0)$  内有 ( )  
A.  $f'(x) < 0, f''(x) < 0$       B.  $f'(x) < 0, f''(x) > 0$   
C.  $f'(x) > 0, f''(x) < 0$       D.  $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
5. 设函数  $f(x)$  在  $x = a$  处可导, 则函数  $|f(x)|$  在  $a$  处不可导的充分条件是 ( )  
A.  $f(a) = 0$  且  $f'(a) = 0$       B.  $f(a) = 0$  且  $f'(a) \neq 0$   
C.  $f(a) > 0$  且  $f'(a) > 0$       D.  $f(a) < 0$  且  $f'(a) < 0$
6.  $x_n = \sqrt[n]{n}$  的最大项是 ( )  
A.  $x_1$       B.  $x_2$       C.  $x_3$       D.  $x_4$
7. 曲线  $y = (x-5)^{\frac{5}{3}} + 2$  ( )  
A. 有极值点  $x = 5$ , 但无拐点      B. 有拐点  $(5, 2)$  但无极值点  
C.  $x = 5$  是极值点, 且  $(5, 2)$  是拐点      D. 既无极值点也无拐点

8.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^n}{1+x^2} dx = ( )$   
A. 0      B. 1      C. 2      D. -1
9.  $\int_0^3 \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx = ( )$   
A.  $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$       B.  $\frac{3}{4}\pi - \sqrt{3}$       C.  $\frac{3}{2}\pi - \sqrt{3}$       D.  $\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$
10. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 4 & t & 3 & 12 \\ 3 & -1 & 1 & 9 \end{bmatrix}$ , 若  $r(A) < 3$ , 则  $t = ( )$   
A. 1      B. -1      C. -3      D. 3
11. 设向量组  $\alpha_1 = (1, 1, 1, 3)$ ,  $\alpha_2 = (-a, -1, 2, 3)$ ,  $\alpha_3 = (1, 2a - 1, 3, 7)$ ,  $\alpha_4 = (-1, -1, a - 1, -1)$  的秩为 3, 则  $a = ( )$   
A. 1      B. -1      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $-\frac{2}{3}$
12. 设 3 阶方阵  $A = \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix}$ , 若  $A$  的伴随矩阵的秩等于 1, 则必有 ( )  
A.  $a = b$  或  $a + 2b = 0$       B.  $a = b$  或  $a + 2b \neq 0$   
C.  $a \neq b$  且  $a + 2b = 0$       D.  $a \neq b$  且  $a + 2b \neq 0$
13. 设  $n$  维向量  $\alpha, \beta, \gamma$  和数  $k, l, m$  满足  $k\alpha + l\beta + m\gamma = 0$ , 且  $km \neq 0$ , 则 ( )  
A.  $\alpha, \beta$  与  $\alpha, \gamma$  等价      B.  $\alpha, \beta$  与  $\beta, \gamma$  等价  
C.  $\alpha, \gamma$  与  $\beta, \gamma$  等价      D.  $\alpha$  与  $\gamma$  等价
14. 设  $A$  是  $m \times n$  矩阵,  $B$  是  $n \times m$  矩阵, 则线性方程组  $(AB)X = 0$  ( )  
A. 当  $n > m$  时仅有零解;      B. 当  $n > m$  时必有非零解;  
C. 当  $m > n$  时仅有零解;      D. 当  $m > n$  时必有非零解;

二、计算题 (本大题含 8 小题, 请选择 5 题作答, 多选按所做前五题记分。

每题 10 分, 共 50 分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{2-2\cos x}}{x^4}$

2. 设可导函数  $f(x)$  满足  $af(x) + bf\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{c}{x}$ , 式中  $a, b, c$  为常数, 且  $|a| \neq |b|$ , 求  $f'(x)$ 。

3. 求曲线方程  $y = \sqrt{x}$  与  $y = x^2$  所围图形面积。

4. 设平面图形由曲线  $y = \sqrt{2x}$  与该曲线上的点  $(2, 2)$  处的切线以及直线  $y = 0$  所围成, 求此平面图形绕  $x$  轴旋转而成旋转体的体积。

5. 设  $AXB = E$ ,  $E$  为单位矩阵,  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ -3 & -5 & -7 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ , 求  $X$ 。

6. 求解方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 6x_3 + x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 15x_4 = 3 \\ x_1 - 5x_2 - 10x_3 + 12x_4 = 1 \end{cases}$$

7. 已知  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & 3 \end{bmatrix}$  的特征根为  $1, 5, -5$ , 求  $A^9$ 。

8. 计算机中心有三台打字机 A, B, C, 程序交与各打字机打字概率依次为 0.6, 0.3, 0.1, 打字机发生故障的概率依次为 0.01, 0.05, 0.04. 已知一程序因打字机发生故障而被破坏了, 求该程序是在 A, B, C 上打字的概率分别为多少?

15. 设  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  是  $m$  个  $n$  维向量, 则下列结论不正确的是 ( )

- A. 若  $\alpha_m$  不能由  $\alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$  线性表出, 则  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  线性无关;
- B. 若  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  线性无关, 则  $m \leq n$ ;
- C. 若  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  线性相关, 且  $\alpha_m$  不能由  $\alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$  线性表出, 则  $\alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}$  线性相关;
- D. 若  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  线性无关, 则  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$  中任何一个都不能由其余向量线性

16. 设  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & a \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $A$  的特征值为  $\lambda_1 = 6, \lambda_2 = \lambda_3 = 2$ , 若  $A$  有 3 个线

性无关的特征向量,  $a = ( )$

- A. 2
- B. -2
- C. 4
- D. -4

17. 若事件 A, B 互不相容, 则  $P(\overline{A \cup B}) = ( )$

- A.  $1 - P(A) - P(B)$
- B.  $1 - P(A)$
- C.  $P(\overline{A}) + P(\overline{B})$
- D.  $P(\overline{A})P(\overline{B})$

18. 如果  $F(x)$  是 ( ), 则  $F(x)$  一定不可以是连续型随机变量的分布函数。

- A. 非负函数
- B. 连续函数
- C. 有界函数
- D. 单调减少函数

19. 设随机变量  $\xi$  服从参数为  $\lambda$  的泊松分布,  $\eta = 2\xi - 3$ , 则  $\eta$  的方差 ( )

- A.  $2\lambda - 3$
- B.  $2\lambda$
- C.  $4\lambda$
- D.  $4\lambda - 3$

20. 如果随机变量 X 与 Y 满足  $D(X + Y) = D(X - Y)$ , 则下列结论肯定正确的是 ( )

- A. X 与 Y 相互独立
- B. X 与 Y 不相关
- C.  $D(Y) = 0$
- D.  $D(X)D(Y) = 0$